



MECANIQUE

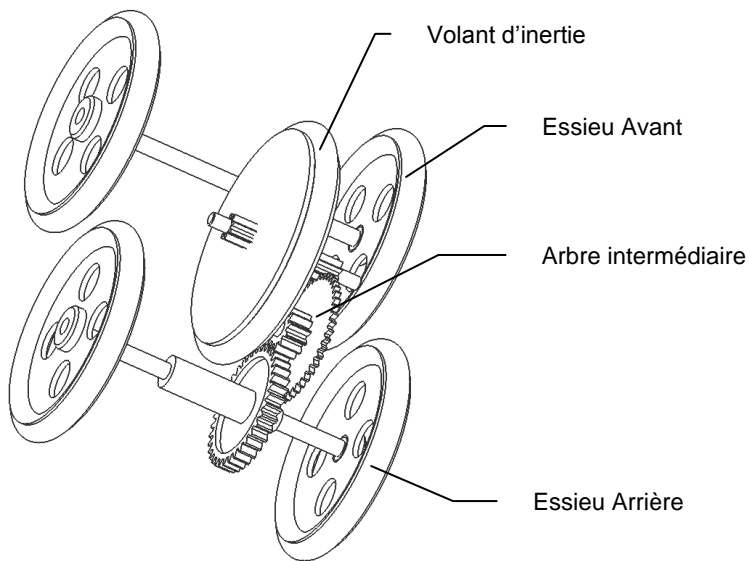
Présentation

ZECAR

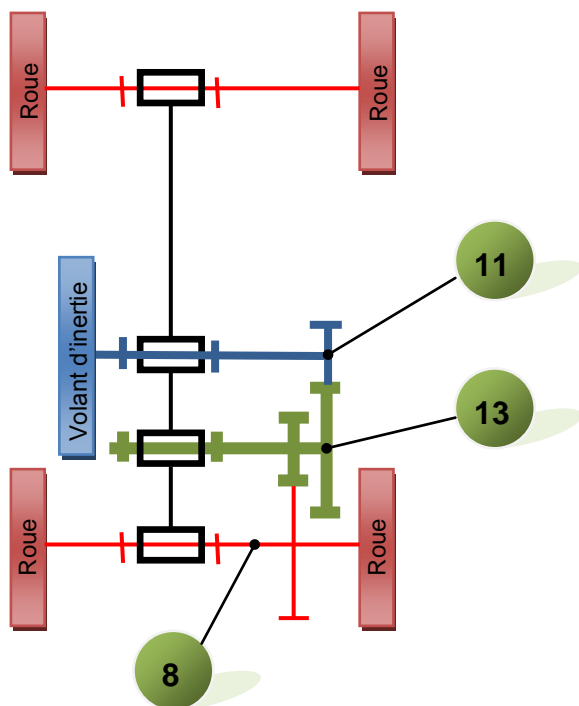
Bien sûr, Zecar est drôle et rappelle les voitures à friction de l'enfance. Zecar est une voiture très simple, son fonctionnement est basé sur le principe du volant d'inertie*.

*Un **volant d'inertie**, ou **volant moteur** est une masse mobile, circulaire ou non, entraînée par une force motrice dans un mouvement de rotation, qui continue son mouvement par inertie après arrêt de son système d'entraînement.

Données :



- Masse de la voiture : **133 g**
- Répartition des masses :
 - o Train AR : **75 g**
 - o Train AV : **58 g**

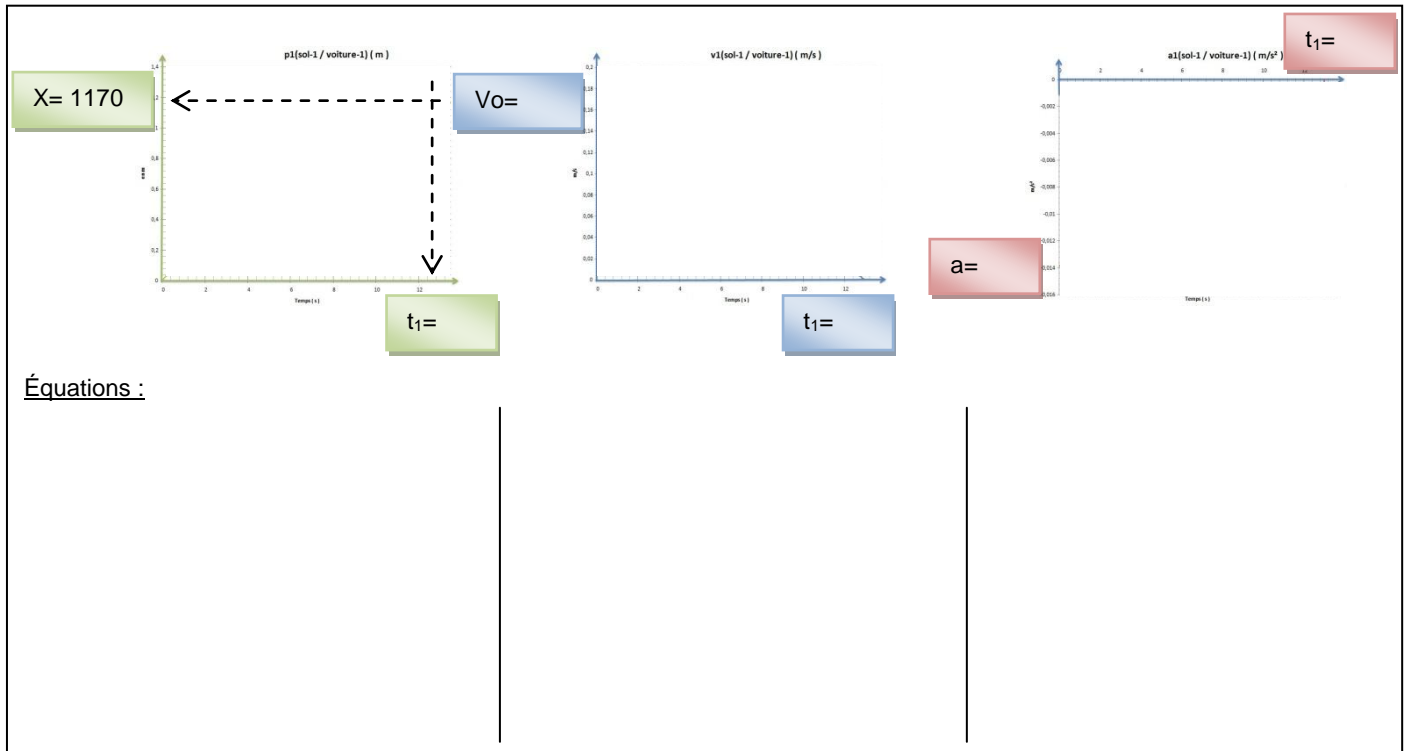


Repère	Caractéristiques	
8	Essieu AR	Z8 = 36 dents m = 0,6
11	Volant d'inertie	Z11 = 8 dents m = 0,5
13	Arbre intermédiaire	Z13a = 12 dents m = 0,6 Z13b = 46 dents m = 0,5



Première partie : Équations de mouvement.

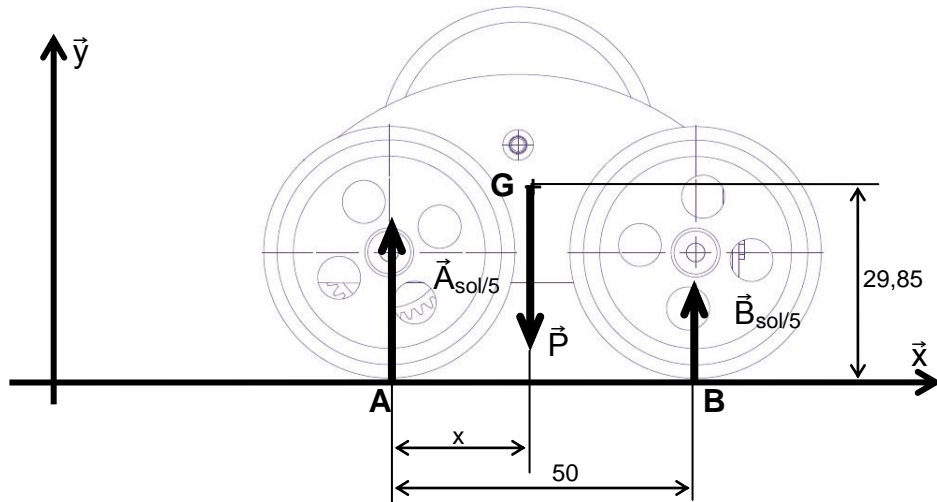
- 1.1- Observez la vidéo et déterminez à partir de celle-ci le temps que met la voiture pour s'arrêter : $t_1 = \dots$ sec
- 1.2- En considérant que le mouvement est du type MRUD, on se propose de déterminer la vitesse de la voiture au moment où celle-ci est déposée sur la ligne de départ.
 - Conditions finales : à $t = t_1$ $X(t_1) = 1170$ mm et $X'(t_1) = 0$ mm/s
 - Donnez les conditions initiales.
 - Déterminer les équations de mouvements : position, vitesse, décélération.
 - La simulation informatique donne ci-dessous les allures des différentes courbes : reportez sur chacune d'elles les valeurs t_1 , V_0 et a que vous avez trouvé.





Deuxième partie : Statique

Recherche de la position du centre de gravité G de la voiture.



2.1- La pesée effectuée successivement sous le train avant puis sous le train arrière a permis de mesurer comment se répartissait le poids de la voiture :

- Sur le train avant en B: **0,568 N** / sur le train arrière en A: **0,735 N**

Le bilan des actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur la voiture ZeCar est présenté sur la figure ci-dessus.

- Écrire le théorème du moment résultant et donner l'équation du moment en A en projection sur l'axe \vec{Z} , de cette équation déduisez la position du support de l'action de pesanteur par rapport à A que l'on notera : x .



Troisième partie : Dynamique d'un solide en translation.

La voiture est supposée se déplacer en ligne droite et l'étude menée est plane. Le repère galiléen lié à la table est dirigé suivant la vitesse d'avance de la voiture ZeCar. La masse de la voiture est égale à 133 g, la répartition de cette masse se répartit de la manière suivante :

- sur le train arrière en A: $m_A = 75\text{g}$ soit une charge en A de **0,735 N**
- sur le train avant en B: $m_B = 53\text{g}$ soit une charge en B de **0,568 N**

L'accélération de la pesanteur est égale à $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Le contact des roues avec le sol est modélisé par des liaisons ponctuelles avec frottement ($\lambda = 0,012$), chaque roue roule sans glisser sur la table au niveau du point de contact.

La résistance de l'air ne sera pas prise en compte car négligeable à cette vitesse.

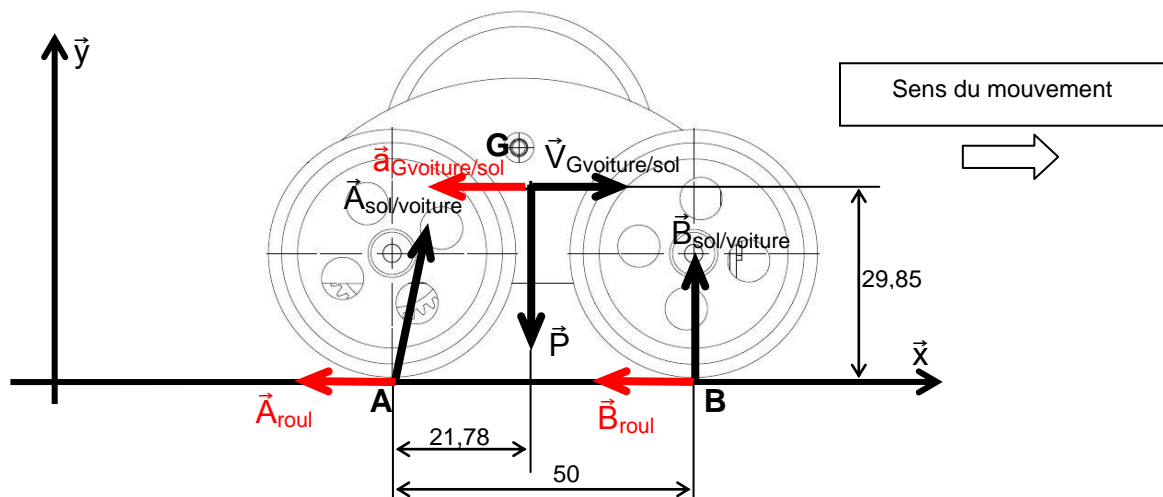
Pour simplifier la notation l'ensemble voiture = { châssis + roues + engrenages }.

Objectif de l'étude : On veut ici déterminer le couple induit par le volant d'inertie.

3.1- La décélération de la voiture déterminée précédemment est égale à $\vec{a}_{\text{Gvoiture/sol}} = -0,01385 \vec{x}$.

$$\{T_{\text{roul}} \rightarrow \text{voiture}\}_A = \begin{Bmatrix} -\text{charge en A} \cdot \lambda & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \{T_{\text{roul}} \rightarrow \text{voiture}\}_B = \begin{Bmatrix} -\text{charge en B} \cdot \lambda & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{T_0 \rightarrow 1\}_A = \begin{Bmatrix} XA & 0 \\ YA & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \{T_0 \rightarrow 1\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ YB & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$



- Écrivez le torseur de la pesanteur \vec{P} au point G.

3.2- Le principe fondamental de la dynamique dans le cas d'un solide en mouvement de translation dans un repère galiléen s'écrit :

$$\sum \vec{F}(\text{ext} \rightarrow s) = m \cdot \vec{a}_{\text{Gvoiture/sol}}$$

$$\sum M_G \vec{F}(\text{ext} \rightarrow s) = \vec{0}$$

- Écrivez l'équation de la résultante dynamique suivant l'axe \vec{x} seulement puis déterminez la valeur de XA .

3.3- La vitesse $V_{\text{Aroue/1}}$ étant de 180 mm/s au début du mouvement, déterminez la vitesse angulaire de la roue 3.

(Nota : 1 = châssis de la voiture)

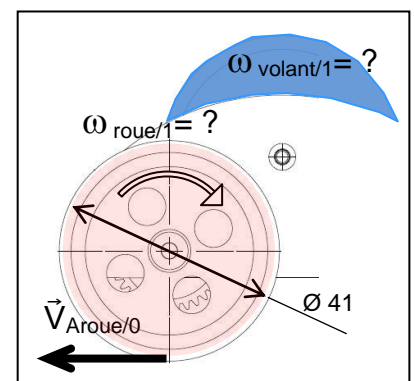
3.4- Déterminer le rapport $r = N_1/N_8$ de la transmission.

3.5- Déterminez la vitesse angulaire du volant d'inertie 11.

3.6- L'effort tangentiel en A étant égal à X_A , le diamètre de la roue à 41 mm calculer le couple de propulsion au niveau de la roue, noté C_{roue} .

3.5- Le rendement du réducteur est égal à 0,96 :

- Calculer le couple au niveau du volant d'inertie, noté C_{volant} .





Quatrième partie : Dynamique d'un solide translation

La voiture est supposée se déplacer en ligne droite et l'étude menée est plane. Le repère galiléen lié à la table est dirigé suivant la vitesse d'avance de la voiture ZeCar. La masse de la voiture est égale à 133 g, la répartition de cette masse se répartit de la manière suivante :

- sur le train arrière en A: $m_A = 75\text{g}$ soit une charge en A de **0,735 N**
- sur le train avant en B: $m_B = 53\text{g}$ soit une charge en B de **0,568 N**

L'accélération de la pesanteur est égale à $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Le contact des roues avec le sol est modélisé par des liaisons ponctuelles avec frottement ($\lambda = 0,012$), chaque roue roule sans glisser sur la table au niveau du point de contact.

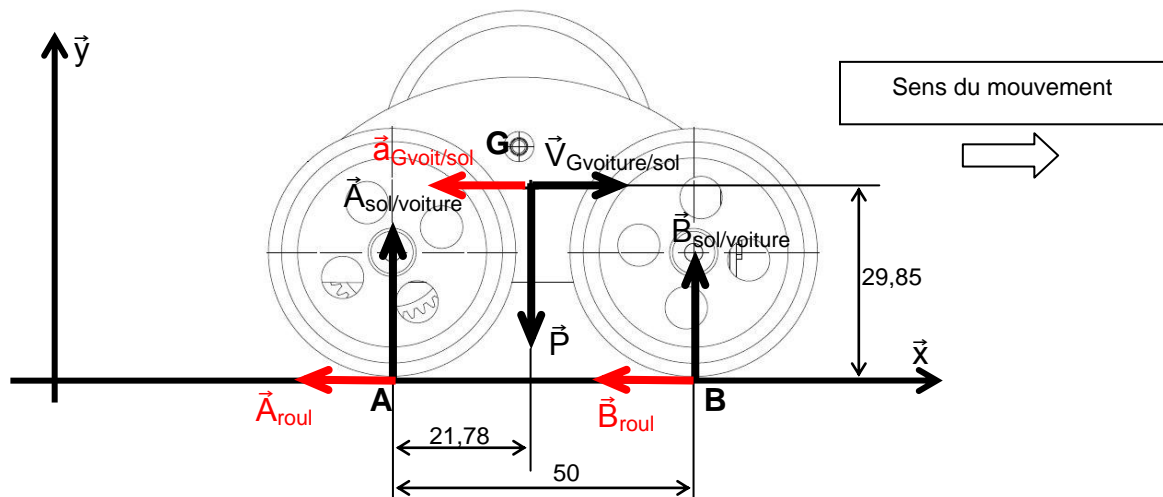
La résistance de l'air ne sera pas prise en compte car négligeable à cette vitesse.

Pour simplifier la notation l'ensemble voiture = { châssis + roues + engrenages }.

Et si la voiture était lancée avec la même vitesse initiale ($v_0 = 180 \text{ mm/s}$) mais n'avait pas de volant d'inertie que se passerait-il ?
Le bilan :

$$\{T_{roul \rightarrow voiture}\}_A = \begin{Bmatrix} -charge \text{ en A} \cdot \lambda & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \{T_{roul \rightarrow voiture}\}_B = \begin{Bmatrix} -charge \text{ en B} \cdot \lambda & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{T_{0 \rightarrow 1}\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \{T_{0 \rightarrow 1}\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_B & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$



4.1- Écrivez le torseur de la pesanteur \vec{P} au point G.

4.2- Le principe fondamental de la dynamique dans le cas d'un solide en mouvement de translation dans un repère galiléen s'écrit :

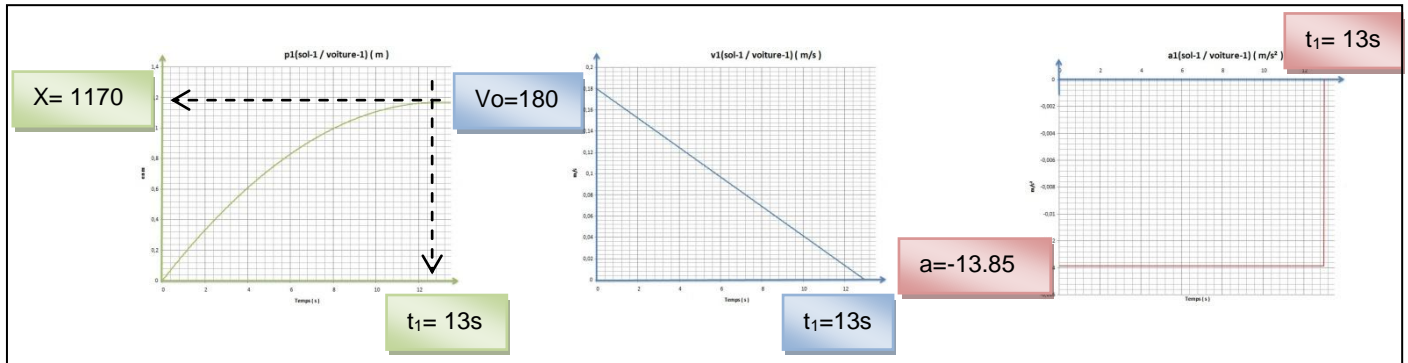
$$\sum \overrightarrow{F(ext \rightarrow s)} = m \cdot \overrightarrow{a_{Gvoiture/sol}}$$

$$\sum \overrightarrow{M_G(ext \rightarrow s)} = \vec{0}$$

- Écrivez l'équation de la résultante dynamique suivant l'axe \vec{x} seulement puis déterminez la valeur de la décélération $\vec{a}_{Gvoiture/sol}$.
- Déterminez les équations de mouvement de la voiture puis calculez la distance parcourue pendant cette phase ainsi que le temps que mettra la voiture pour s'arrêter.



Correction Partie 1



Équations :

Longueur parcourue 1170 mm - temps 13 sec environ

$$x(0)=0 \quad \text{et} \quad x'(0)=-a \cdot 0 + V_0 = V_0 \\ = X_0 = 0$$

$$x(13)=1170 \quad \text{et} \quad x'(13)=0=-a \cdot 13 + V_0 \text{ donc } V_0=13 \cdot a \\ = -0,5 \cdot a \cdot 13^2 + V_0 \cdot 13 \\ = -84,5 \cdot a + 13^2 \cdot a \\ = -84,5 \cdot a = 1170 \quad \text{d'où} \quad a = -13,846 \text{ mm/s}^2 \quad \text{et} \quad V_0 = 180 \text{ mm/s}$$

$$x(t) = -6,923 t^2 + 180 \cdot t$$

$$x'(t) = -13,846 t$$

$$x''(t) = -13,846$$

Partie 2

$$X = 0,568 \cdot 50 / (0,568 + 0,735) = 21,795 \text{ mm}$$

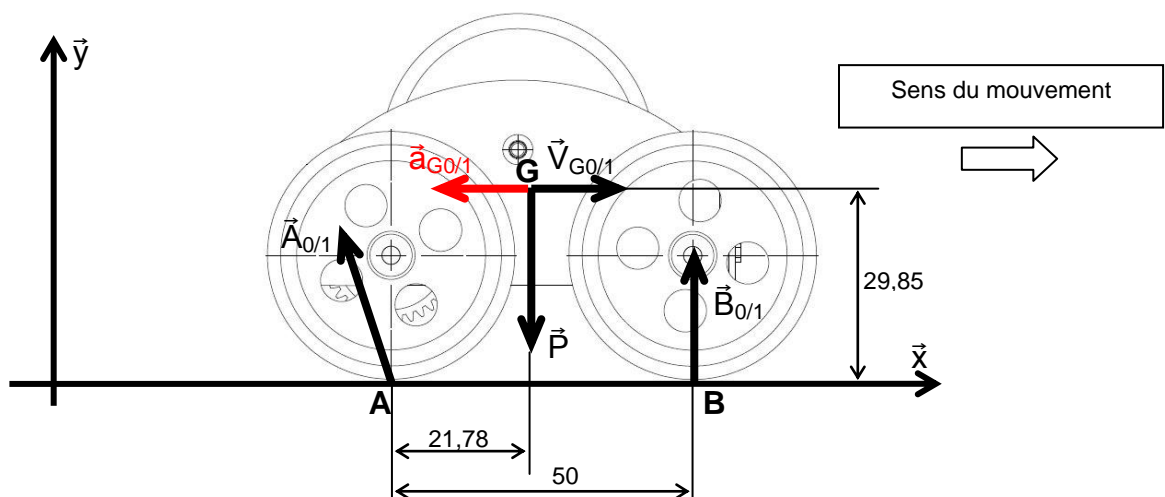
Partie 3

$$\vec{a}_{G1/0} = -0,01385 \vec{x}.$$

$$\{T_0 \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} -XA & 0 \\ YA & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A \quad \{T_0 \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ YB & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$$

$$\{T_{roul} \rightarrow voiture\} = \begin{Bmatrix} -0,00882 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A$$

$$\{T_{pes} \rightarrow 1\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -1,304 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G \\ \{T_{sol} \rightarrow voiture\} = \begin{Bmatrix} -0,00681 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B$$





Le principe fondamental de la dynamique:

$$-X_A - 0,00882 - 0,00681 = -0,133 \times 0,01385 \quad X_A = \mathbf{0,0174 \text{ N}}$$

$$VA/0 / R_{\text{roue}} = 8,780 \text{ rad/s} = \Omega_{\text{roue}}$$

$$r = 17,250 = \Omega_{\text{volant}} / \Omega_{\text{roue}} \text{ donc } \Omega_{\text{volant}} = 151,463 \text{ rad/s}$$

$$C_{\text{roue}} = X_A \cdot R_{\text{roue}} = 0,0174 \times (0,041/2) = 3,567 \cdot 10^{-4} \text{ N.m}$$

$$C_{\text{volant}} = C_{\text{roue}} \times \eta / r = 1,956 \cdot 10^{-5} \text{ N.m}$$

Le principe fondamental de la dynamique:

$$0,00882 + 0,00681 = -0,133 \cdot a_x \text{ avec } a_x = -0,01563/0,133 = -0,117 \text{ m/s}^2$$

$$X''(t) = -0,117 \quad X'(t) = -0,117 \cdot t + 0,180 \quad X(t) = -0,0587 \cdot t^2 + 0,180 \cdot t$$

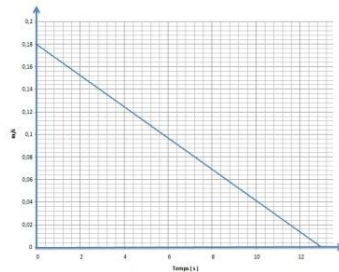
$$\text{durée du mouvement } t_f = 0,180 / 0,117 = 1,53 \text{ sec} \quad \text{distance parcourue} = 137 \text{ mm}$$

Dynamique d'un solide en rotation. **A travailler**

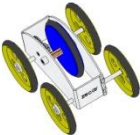




4.1- Déterminez la décélération du volant d'inertie noté α sachant que la durée du freinage est de 13 secondes.

$$\Omega_{\text{volant}} = 151,463 \text{ rad/s}$$

$$\alpha = (0 - 151,463) / (13 - 0) = -11,651 \text{ rad/s}^2$$



-Caractéristiques des divers composants :

Voiture ZeCar	Essieu AR	Essieu AV	Volant d'inertie	Étage intermédiaire
				
$M_v = 133 \text{ g}$	$M_8 = 24,83 \text{ g}$ $I_8 = 4,26 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$	$M_5 = 23,9 \text{ g}$ $I_5 = 4,218 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$	$M_{11} = 56,71 \text{ g}$ $I_{11} = 5,49 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$	$M_{13} = 3,51 \text{ g}$ $I_{13} = 0,086 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$
Inertie équivalente :				
$I_{\text{eq}} = \frac{M_v \cdot R_{\text{roue}}^2}{r_1^2 \cdot r_2^2} + \frac{I_8}{r_1^2 \cdot r_2^2} + \frac{I_5}{r_1^2 \cdot r_2^2} + I_{11} + \frac{I_{13}}{r_2^2}$				
M_v : Masse de la voiture en kg			R_{roue} : rayon de la roue en m	
r_1 : rapport de transmission du 1 ^{er} étage $r_1 = \frac{N_{13}}{N_8}$			I_i : moment d'inertie en kg.m ²	
r_2 : rapport de transmission du 2 ^{ème} étage $r_2 = \frac{N_{11}}{N_{13}}$				